

**O ENSINO DE GEOMETRIA COM BASE NO SISTEMA DE CONCEITOS  
GEOMÉTRICOS**

***LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA BASADA EN EL SISTEMA DE CONCEPTOS  
GEOMÉTRICOS***

***THE TEACHING OF GEOMETRY BASED ON THE SYSTEM OF GEOMETRIC  
CONCEPTS***

Merly FERREIRA<sup>1</sup>  
Silvia Pereira GONZAGA DE MORAES<sup>2</sup>

**RESUMO:** O presente artigo é resultado da investigação realizada no doutorado, que teve como objeto a organização do ensino de geometria nos anos iniciais de escolarização, com o intuito buscarmos subsídios teóricos-metodológicos com vistas a superar a concepção de ensino presente nas práticas dos professores que lecionam nesta etapa de ensino, em que se enfatiza, predominante, os aspectos empíricos dos conceitos geométricos. Neste texto, focalizamos em revelar a unidade essencial para o ensino de geometria, o significado de conceito e as generalizações teóricas como premissas para a formação do sistema de conceitos. Para tanto, utilizamos como base teórica e metodológica os princípios da Teoria Histórico-Cultural e os pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino, por meio dos quais desvelaram que a unidade essencial para a sistematização dos conceitos geométricos se refere ao controle das variações das dimensões dos objetos e espaços. Concluimos afirmando que cada dimensão (comprimento, largura, altura/profundidade) representa uma grandeza que desencadeia as relações de comunalidade e generalidade entre os conceitos inferiores que, quando generalizados em uma categoria hierarquicamente distinta das demais, se tornam superiores, contribuindo para o desenvolvimento das bases do pensamento teórico dos estudantes.

**PALAVRAS-CHAVE:** Teoria Histórico-Cultural. Atividade Orientadora de Ensino. Sistema de conceitos geométricos.

<sup>1</sup> Universidade Estadual de Maringá (UEM), Maringá – PR – Brasil. Doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Educação. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5968-6786>. E-mail: [merlypf@gmail.com](mailto:merlypf@gmail.com)

<sup>2</sup> Universidade Estadual de Maringá (UEM), Maringá – PR – Brasil. Professora Permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação. Doutorado em Educação (USP). ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0937-5581>. E-mail: [spgmoares@uem.br](mailto:spgmoares@uem.br)

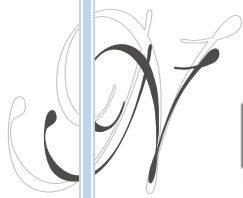


**RESUMEN:** Este artículo es resultado de una investigación realizada en el doctorado, que tuvo como objeto la organización de la enseñanza de la geometría en los primeros años de escolaridad, con el fin de buscar subsidios teórico-metodológicos con el fin de superar el concepto de enseñanza presente en las prácticas del profesorado que imparte docencia en esta etapa docente, en la que predomina el énfasis en los aspectos empíricos de los conceptos geométricos. En este texto nos enfocamos en develar la unidad esencial para la enseñanza de la geometría, el significado de concepto y las generalizaciones teóricas como premisas para la formación del sistema de conceptos. Para ello, se utilizó como base teórica y metodológica los principios de la Teoría Histórico-Cultural y los presupuestos de la Actividad Orientadora Docente, a través de los cuales se reveló que la unidad esencial para la sistematización de los conceptos geométricos se refiere al control de las variaciones en las dimensiones de objetos y espacios. Concluimos afirmando que cada dimensión (largo, ancho, alto/profundidad) representa una magnitud que desencadena las relaciones de comunalidad y generalidad entre los conceptos inferiores que, al generalizarse en una categoría jerárquicamente distinta de los demás, se vuelven superiores, contribuyendo al desarrollo de fundamentos del pensamiento teórico de los estudiantes.

**PALABRAS-CLAVE:** Teoría Histórico-Cultural. Actividad de Orientación Docente. Sistema de conceptos geométricos.

**ABSTRACT:** This article is the result of research carried out in the doctorate, which had as its object the organization of geometry teaching in the early years of schooling to seek theoretical-methodological subsidies to overcome the concept of teaching presence in the practices of teachers who teach in this teaching stage, in which the practical aspects of geometric concepts are predominantly emphasized. In this text, we focus on revealing the essential unit for teaching geometry, the concept's meaning, and theoretical generalizations as premises for forming the system of ideas. For that, we used as an academic and methodological basis the principles of the Historical-Cultural Theory and the assumptions of the Teaching Guiding Activity, through which they revealed that the essential unit for the systematization of geometric concepts refers to the control of variations in the dimensions of objects and spaces. We conclude by stating that each dimension (length, width, height/depth) represents a magnitude that triggers the relations of commonality and generality between the inferior concepts that, when generalized in a hierarchically distinct category from the others, become superior, contributing to the development of foundations of students' theoretical thinking.

**KEYWORDS:** Historical-Cultural Theory. Teaching Guiding Activity. System of geometric concepts.



## **Introdução**

A busca pela superação da concepção de ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização, em especial, de geometria presente nas instituições educativas, foi o objeto de estudo de diversos autores, dentre os quais destacam-se as investigações realizadas por Locatelli (2015), Locatelli e Moraes (2016), Ferreira (2017), Assumpção (2018), Santos (2020) e Ferreira e Moraes (2021), cujas análises apontaram que as tarefas de matemática mantêm-se na aparência dos conceitos, assumindo uma direção técnica e repetitiva, haja vista que estes são trabalhados de forma isolada dos determinantes sociais que os envolvem.

Contudo, essa forma de ensino restringi o desenvolvimento psíquico dos estudantes, o que se analisa diz respeito à qualidade perante a sociedade capitalista que se aspira defrontar. Diante desse cenário educacional, defende-se a unidade dos conceitos ao invés de sua fragmentação, a apropriação no lugar da repetição de técnicas desencadeadas pelo trabalho fragmentado realizado a partir de elementos isolados, ou seja, assume-se um ensino com base no sistema de conceitos com vistas a formação do teórico que se contrapõe ao pensamento organizado pela percepção sensorial do aparente.

Os estudos de Davídov (1988, p. 6, tradução nossa), revelam que o pensamento teórico consiste em “[...] um procedimento especial com que o homem enfoca a compreensão das coisas e dos acontecimentos por via da análise das condições de sua origem e desenvolvimento”. Nesse sentido, questiona-se: Como organizar o ensino com base no sistema de conceitos geométricos com vistas a formação do pensamento teórico?

Para responder essa questão, torna-se necessário realizar o estudo de como o sujeito aprende e da unidade essencial dos conceitos geométricos para, posteriormente, se pensar na sistematização de propostas de ensino para essa área do conhecimento dos anos iniciais de escolarização.

Para isso, o presente texto está organizado em quatro momentos: principalmente, com a apresentação dos pressupostos de nosso aporte teórico que fundamentam a organização do ensino, em especial, de geometria. No segundo momento, são apresentados os resultados de uma síntese sobre como o conceito e a formação de um sistema de conceitos representam a via adequada para a apropriação dos conhecimentos pelos estudantes.

Em seguida, realizamos uma discussão sobre a relação entre as grandezas como o fundamento geral para o ensino de matemática, buscando refinar para o nosso objeto, chegando em sua unidade essencial: o controle da variação das dimensões dos objetos e



espaços. Por meio dessa unidade desvelamos um sistema de conceitos geométricos que somará, ao esforço coletivo de muitos, de um ensino que possibilite a apropriação dos conceitos matemáticos, em especial, os geométricos e a formação do pensamento teórico.

### **Atividade orientadora de ensino como base teórica e metodológica**

Nesta pesquisa utilizamos os princípios sintetizados por Ferreira (2017) da Teoria Histórico-Cultural e os pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como base teórica e metodológica que subsidiará os elementos didáticos e pedagógicos essenciais que fundamentam a organização do ensino como atividade. De acordo com Moura e Araujo (2020), a percepção desse movimento foi evidenciada há mais de 30 anos, inicialmente por Moura (1992) e Lanner de Moura (1995), quando a atividade de ensino foi divulgada, pela primeira vez, como Atividade Orientadora de Ensino (AOE). Vale observarmos que, ao se incluir o termo “orientadora” ao conceito de atividade, **reforça-se a intencionalidade no desenvolvimento da atividade de ensino.**

Assim, a origem do conceito AOE reside na organização do ensino. Mas, que ensino? O ensino que dê condições para os sujeitos apropriarem-se dos conhecimentos científicos e desenvolverem suas capacidades intelectivas. Neste momento de produção do conceito, a atividade orientadora se materializava em ações e instrumentos que o professor poderia utilizar para o desenvolvimento do ensino de determinado conteúdo escolar. Inclusive, no processo inicial de consolidação da atividade orientadora ela foi compreendida, por alguns, como o “problema desencadeador da aprendizagem”. Contudo, é importante considerar que em seu germe já trazia uma estrutura que ia além desses elementos, revelava a direção mais generalizada para organização do ensino, visto que contemplava a tríade essencial da atividade pedagógica: conteúdo a ser ensinado, a forma mais adequada e os sujeitos-aprendizes (CEDRO; MORETTI; MORAES, 2019, p. 433-434).

Atualmente, o Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Atividade Pedagógica (GEPAPe) da Universidade de São Paulo (USP), liderado pelo professor Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura e pela professora Dra. Elaine Sampaio Araújo, tem dado continuidade no desenvolvimento do conceito de AOE a partir da concepção de organização do ensino como atividade.

As investigações de Moura *et al.* (2010) apontaram o conceito de atividade — sistematizado por Leontiev (1978) — como o caminho para se localizar os elementos didáticos e pedagógicos essenciais para fundamentar o trabalho do professor ao organizar o

ensino. Com isso, a AOE fornecerá subsídios teóricos e metodológicos para a superação da dicotomia entre teoria e prática “[...] de modo que o processo educativo se constitua como atividade para o estudante e para o professor” (MOURA *et al.*, 2010, p. 96).

A AOE mantém a estrutura de atividade proposta por Leontiev, ao indicar uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propor ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar (MOURA *et al.*, 2010, p. 96).

Uma vez que a AOE busca no conceito de atividade, os seus elementos estruturantes (necessidade, motivo, ações e operações), assume a qualidade de mediação, dado que a atividade é a unidade de vida mediatizada pelo reflexo psicológico, que orienta o sujeito no mundo objetivo (LEONTIEV, 1978). Nas palavras de Moura *et al.* (2010, p. 97), a AOE

[...] como um processo de aproximação do objeto: o conhecimento de qualidade nova [...] toma a dimensão de mediação ao se constituir como um modo de realização de ensino e de aprendizagem dos sujeitos que, ao agirem num espaço de aprendizagem, se modificam e, assim, também se constituirão em sujeitos de qualidade nova.

Nesse processo de organização e desenvolvimento do ensino e da aprendizagem, a AOE toma a dimensão orientadora e executora. Para Araújo (2019), a necessidade, o motivo e o objeto da AOE constituem sua dimensão orientadora.

Poderíamos, em termos gerais, considerar que o motivo da AOE é possibilitar que a experiência social da humanidade, objetivada na cultura, se torne a experiência do sujeito, de tal forma que o objeto da AOE é o conhecimento teórico historicamente produzido. Todavia, o que relaciona o motivo com o objeto, nessa perspectiva, é a necessidade social de formação da personalidade humana [...] (ARAÚJO, 2019, p. 132-133).

Na dimensão executora,

[...] entram em cena as ações e operações para que o motivo se realize no objeto. As ações, em termos gerais, estão voltadas a objetivos específicos que, no caso da educação escolar, se identificam com a apropriação dos conceitos científicos; e as operações, para que essas ações se efetivem, passam por modos de ação que desenvolvam o pensamento teórico (ARAÚJO, 2019, p. 133).

A atividade sempre está ligada a uma necessidade, ao estado carencial do homem de algo que apresenta caráter objetual, pois o objeto da atividade, seja ela interna ou externa, se refere àquilo que lhe confere determinada orientação, que se relaciona com o efetivo motivo

da atividade (LEONTIEV, 1978). Por essa razão, o processo educativo tem de conferir, a quem ensina e a quem aprende, motivos autênticos e significativos para se ensinar e aprender determinado conteúdo escolar.

Sob esse ponto de vista, os estudos de Moura *et al.* (2010, p. 220) revelam que “A qualidade de atividade ao ensino dá-se pela necessidade de proporcionar a apropriação da cultura que pode mobilizar os sujeitos a agirem para a concretização de um objetivo comum”. No caso, o professor em atividade de ensino procura organizá-lo adequadamente a fim de que o escolar se aproprie da cultura historicamente sistematizada e se desenvolva.

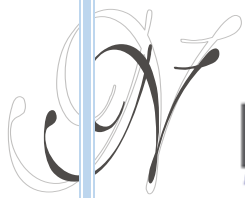
Desta forma, visamos desvelar a organização do ensino de geometria, tendo como base o sistema de conceitos com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico dos escolares dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

### **Conceitos e sistema de conceitos**

Antes de adentrarmos nos conceitos e no sistema de conceitos, não podemos deixar de mencionar que a compreensão desses resulta do caminho de análise investigativo, defendido por Vigotski (2001), sobre a relação entre o pensamento e a linguagem. Diferente dos métodos de investigação desenvolvidos em sua época, que consideravam os estudos das funções psicológicas separadamente, como processos isolados do todo, Vigotski (2001) utiliza a análise baseada no estudo por unidades e não elementos. “Quando falamos de unidade nos referimos a um produto de análise que, contrariamente à dos elementos, conserva todas as propriedades básicas do todo e não pode ser dividido sem perdê-las” (VIGOTSKI, 2001, p. 25, tradução nossa). Assim, a linguagem e o pensamento, quando analisados separadamente, fazem perder-se as características resultantes da ligação que há entre ambos, essencialmente, perde-se a relação que os constituiu.

No movimento inverso, mediante o que denominou de unidade de análise, Vigotski (2001) considera a linguagem o principal fenômeno do pensamento humano, sustenta essa assertiva com base em sua investigação experimental e análise teórica que revelam o significado da palavra como a unidade entre as funções da linguagem e do pensamento (VIGOTSKI, 2001). Por essa razão,

[...] o método que devemos seguir em nossa exploração da natureza do pensamento verbal é o da análise semântica – o estudo do desenvolvimento, o funcionamento e a estrutura desta unidade que contém pensamento e linguagem interrelacionados (VIGOTSKI, 2001, p. 26, tradução nossa).



O entendimento de como a análise semântica se apresenta na formação e desenvolvimento de conceitos e sistema de conceitos perpassa pela função primeira da linguagem, isto é, a comunicação, a transmissão racional e intencional da experiência e do pensamento ao outro, o intercâmbio social originado no e pelo trabalho coletivo. Como já discutimos, o meio para essa transmissão é o signo, (a palavra, o som, os gestos, entre outros), além disso, para Vigotski (2001, p. 27, tradução nossa), “[...] a verdadeira comunicação requer significado, ou seja, tanto generalização como signos” que, posteriormente, se transformam em símbolos.

Para elucidar seu ponto de vista, o autor utiliza-se da explicação do linguista alemão Eduardo Sapir que discutia “[...] alguns dos problemas e críticas dirigidos ao conceito de cultura” (GONÇALVES, 2021, p. 26), destacando determinadas dimensões fundamentais da vida sociocultural, como a sua dimensão da experiência individual:

Segundo a penetrante descrição de Eduardo Sapir, o mundo da experiência pode ser bastante simplificado e generalizado antes de ser traduzido em símbolos. Só assim é possível a comunicação, pois a experiência individual reside unicamente em sua própria consciência e é, estritamente falando, incomunicável. Para se tornar transmissível, deve ser incluído em uma determinada categoria, que por convenção tácita, a sociedade humana considera como uma unidade. Assim, **a verdadeira comunicação pressupõe uma atitude generalizadora**, sendo um estágio avançado no desenvolvimento do significado das palavras. Formas superiores de troca humana só são possíveis porque o pensamento do homem reflete uma realidade conceitualizada (VIGOTSKI, 2001, p. 27, tradução e grifos nossos).

Ao considerarmos o significado da palavra como uma unidade que abarca tanto o pensamento como o intercâmbio social, temos acesso a uma análise verdadeira (causal-genética) de sua origem e desenvolvimento. Conforme a citação, compreendemos que uma palavra, inicialmente simples, como mãe, por exemplo, representa, de modo simplificado, para a criança pequena, sua experiência com aquela que a alimenta, limpa, coloca para dormir, cuida, etc. e que, de modo generalizado, se traduz na palavra mãe.

Ao passo que a criança vai crescendo e se desenvolvendo, a palavra mãe ganha novos significados, representa uma mulher cuidadora, reprodutora, com características próprias, etc. Nos dois momentos exemplificados, mãe apresenta diferentes níveis de generalidade, “[...] uma típica combinação do concreto e do abstrato” (VIGOTSKI, 2001, p. 152, tradução nossa).

Agora, vale reportarmos ao que Vigotski (2001), de modo analógico, exemplificou sobre a localização de um conceito na sua abstração mais elevada e seu lugar objetivo na realidade. Com base na medição do globo terrestre a partir de suas coordenadas geográficas — a longitude e a latitude —, explica que a primeira representa

[...] a natureza do próprio ato do pensamento, do próprio englobamento dos objetos nos conceitos, do ponto de vista da unidade do concreto e do abstrato nele contido. A latitude do conceito caracterizará primeiro a relação do conceito com o objeto, o ponto de aplicação do conceito a um determinado ponto da realidade (VIGOTSKI, 2001, p. 154, tradução nossa).

Sob essa ótica, podemos compreender que a palavra mãe, no primeiro momento, refere-se ao ponto de aplicação do conceito à realidade, à latitude, ou seja, trata-se da relação da criança com a mãe de forma prática, objetiva, direta, como mencionamos: alimenta-a, limpa-a, veste-a, coloca-a para dormir. A criança poderia prolongar essa série, pois as palavras novas não apresentam dificuldade. Mas, ela ainda não assimila a palavra “cuidadora” que, conforme consolidado na longitude, se trata de um conceito mais geral, que engloba as palavras mencionadas. Assimilar essa nova palavra significa

[...] dominar a relação de comunalidade, adquirir o primeiro conceito superior, que inclui toda a série de conceitos mais particulares subordinados a ele, dominar uma nova forma de movimento dos conceitos não só no plano horizontal [latitude], mas também no plano vertical [longitude] (VIGOTSKI, 2001, p. 154, tradução nossa).

Como no exemplo da palavra mãe, percebemos a concepção de Vigotski (2001) de que, inicialmente, a palavra é uma generalização do tipo mais elementar. Conforme a criança vai se desenvolvendo, passa da generalização elementar às formas cada vez mais elevadas de generalização. Para o autor, esse processo culmina na formação de autênticos e verdadeiros conceitos (VIGOTSKI, 2001). Logo, corroboramos sua afirmação categórica de que

[...] o significado da palavra não é mais que uma generalização ou um conceito [...]. Generalização e significado da palavra são sinônimos. Toda generalização, toda formação de um conceito constitui o mais específico, mais autêntico e mais indubitável ato do pensamento (VIGOTSKI, 2001, p. 289, tradução nossa).

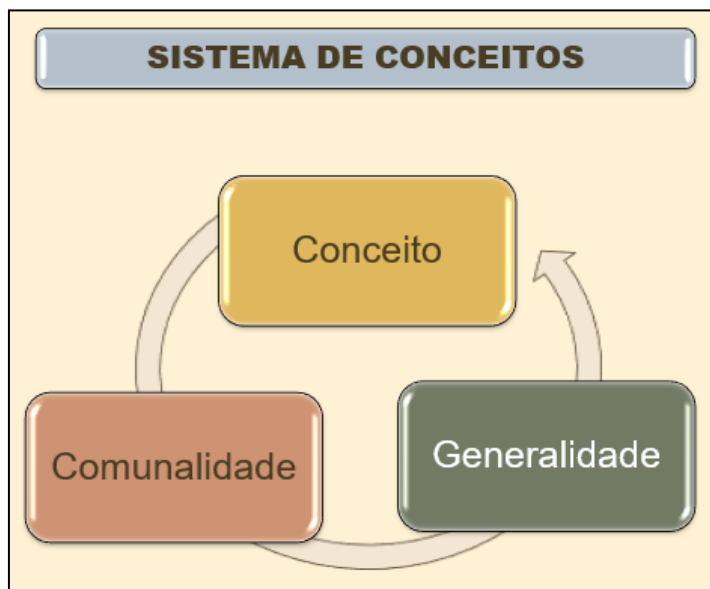
Diante disso, consideramos que **o conceito é o verdadeiro significado da palavra, um complexo ato do pensamento, uma generalização ligada ao seu desenvolvimento causal-genético.**



Os estudos de Vigotski (2001, p. 2017, tradução e grifos nossos) apontam que um sistema de conceitos se revela como as “[...] **relações dos conceitos entre si**”. Assim sendo, o sistema apresenta uma relação dialética entrelaçado aos nexos “dinâmico-causais” e/ou “causal genético” que atuam como o elo ou a conexão entre os conceitos, formando uma estrutura (sistema), em interdependência com a produção — criação e desenvolvimento — dos meios para satisfazer as necessidades humanas.

Podemos dizer que o sistema de conceitos se forma no movimento lógico-histórico de determinado conteúdo objetual, na dinâmica de sua estruturação, desenvolvimento e transformação dos fenômenos. Nesse sentido, visamos representar esse sistema por meio da figura a seguir:

**Figura 1** – Formação do sistema de conceitos pelos sujeitos



Fonte: Elaborado pelas autoras

Conforme temos assinalado, nossas investigações recorreram aos estudos de Vigotski (2001) para explicar a formação dos conceitos, nos quais mostraram que

[...] o desenvolvimento dos conceitos inicia-se com a relação de comunalidade – percepção dos traços comuns entre os objetos - constituindo a forma mais sensível entre os significados das palavras (conceitos). A comunalidade apresenta uma relação estreita com as estruturas de generalização (agrupamento sincrético, complexo, preconceito, conceito) que, por sua vez, equivalem ao sistema específico de comunalidade, sua medida de unidade do abstrato e concreto (FERREIRA, 2017, p. 161).

Dessa forma, o processo de desenvolvimento dos conceitos ou dos significados das palavras ocorre com a transição de uma estrutura de generalização à outra, formando um sistema. Contudo, há que se ressaltar que os conceitos não são assimilados de modo simples e direto. Trata-se de um complexo ato do pensamento porque perpassa por processos psíquicos complexos ou funções psicológicas superiores (atenção voluntária, memória lógica, abstração, etc.), diretamente ligado à relação do sujeito com o mundo (VIGOTSKI, 2001).

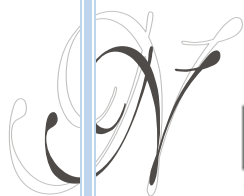
A partir desses pressupostos, no próximo tópico, analisaremos o objeto de ensino de matemática e a unidade essencial dos conceitos os geométricos a fim de desvelar seu sistema de relação conceitual a partir da unidade essencial que o engendra, visando uma adequada organização do ensino de geometria que possibilita a apropriação e desenvolvimento do pensamento teórico pelos escolares.

### **A relação entre as grandezas como o fundamento geral do ensino de matemática**

Um dos pressupostos fundamentais da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) corresponde ao estudo do objeto da disciplina a ser ensinada, ou seja, a investigação da essência do conceito, sua origem e fundamento geral. Esse princípio deve ser considerado no processo de organização da atividade de ensino do professor para que esta possa conter a relação de interdependência entre os conceitos, isto é, sua unidade. Nesse sentido, convém analisarmos como o conceito de grandeza contribui para a organização do ensino de matemática para chegarmos à unidade essencial do nosso objeto.

Para Davídov (1988, p. 208), o conceito de grandeza está ligado com as relações de igual, maior e menor: “A multiplicidade de qualquer objeto se converte em grandeza quando se estabelecem critérios que permitem denominar se A é igual a B, maior que B ou menor que B”. Para Moura *et al.* (2018, p. 5-6, grifos dos autores),

[...] a **grandeza** pode ser definida como uma qualidade de um objeto, ou fenômeno, que pode ser quantificada. Uma **qualidade** de um objeto, ou fenômeno pode ser entendida como o conjunto de relações que estabelecemos entre estes objetos, ou fenômenos. Assim, a percepção de uma qualidade é sempre relativa a algo, fruto de comparação e identificação. A qualidade pode admitir uma variação segundo uma **quantidade** e essa variação pode ser traduzida em números ou não. A qualidade **coragem** de uma pessoa, por exemplo, admite uma variação segundo a quantidade, mas essa variação não é traduzível em números, portanto não pode ser medida. Faz sentido dizermos que João é mais corajoso que Antônio, mas não que a coragem de João é o dobro da coragem de Antônio.






Sob essa lógica, Moura *et al.* (2018, p. 6) afirmam que para expressarmos as qualidades de um objeto ou fenômeno de forma numérica é necessário executarmos três etapas:

- Identificar a grandeza (qualidade do objeto, ou fenômeno) que se quer medir;
- Encontrar outro objeto, ou fenômeno, que possua a mesma grandeza para que seja realizada uma comparação. Isso significa que só podemos comparar variações da mesma grandeza: comprimento com comprimento, capacidade com capacidade etc.;
- Estabelecer o resultado dessa comparação numericamente.

Num experimento didático realizado presencialmente em 2019 pela pesquisadora Moya (2020) no Grupo de Pesquisa e Ensino “Trabalho Educativo e Escolarização” da Universidade Estadual de Maringá, teve o objetivo de “[...] promover a organização do ensino com base nos princípios elaborados no diálogo entre a teoria histórico-cultural, a pedagogia histórico-crítica e a atividade orientadora de ensino” (MOYA, 2020, p. 184). Foi proposto, aos integrantes da oficina, entre os quais nos incluímos, uma tarefa que buscava identificar, a partir de imagens que remetem aos primeiros registros das necessidades humanas que mobilizaram a construção de diversas formas de controle de quantidades, os seguintes aspectos: a ação humana, a qualidade, a grandeza e sua natureza (discreta ou contínua), a unidade de medida convencional e não convencional, considerando a relação essencial e universal de determinado conhecimento/ação (DAVÍDOV, 1988). A Imagem 4, a seguir, representa um dos momentos (tarefa particular) do mencionado experimento.

**Figura 2 – Movimento lógico-histórico do controle de quantidades<sup>3</sup>**

Ação	Qualidade	Grandeza	Natureza	Unidade de medida não convencional/convencional	Relação essencial, universal (Davydov 1988, p. 193)
 1. Contar ovelhas	Muito/pouco	Quantidade	Discreta	Unidade/Pedra	A relação de multiplicidade e divisibilidade entre as grandezas.
 2. Medir o terreno	Largo/comprido/estrito	Comprimento	Contínua	Metro/corda	
 3. Medir a capacidade	Cheio/vazio	Capacidade	Contínua	Litros ou Quilograma/potes	

Fonte: Moya (2020, p. 223)

Por meio dessa tarefa, percebemos, além das três etapas anteriormente mencionadas, como o conceito de grandeza e os demais conceitos matemáticos estão a serviço desta ação de controle da variação das diferentes grandezas, de modo a possibilitar os seres humanos a vida em sociedade. Nesse sentido, quanto mais os homens se apropriam destes conceitos e das relações matemáticas, maior será a possibilidade agir com os objetos e fenômenos sociais. Diante disso, asseveramos as necessidades de mudanças nos conteúdos e, obrigatoriamente, nas metodologias de ensino consolidadas na prática docente desde a entrada da criança na escola, como ponto cardeal para o desenvolvimento do pensamento teórico do escolar.

Para Davídov (1988, p. 6, tradução nossa), o pensamento teórico consiste em “[...] um procedimento especial com que o homem enfoca a compreensão das coisas e dos acontecimentos por via da análise das condições de sua origem e desenvolvimento”. Dessa forma, no modo de ensino proposto e desenvolvido pelo autor, há uma reorganização das disciplinas escolares a partir de um novo método de ensino que se baseia em tarefas de estudo, compostas por seis ações de estudo, que requerem uma variedade de tarefas específicas, realizadas por meio de operações.

<sup>3</sup>Compreendemos que o título ficaria mais adequado se, ao invés de “Movimento lógico-histórico do controle de quantidades”, fosse “Movimento lógico-histórico das diferentes grandezas”, uma vez que contemplaria as diferentes relações entre as grandezas.



O conceito de tarefa é compreendido como a “[...] unidade do objetivo da ação e das condições para alcançá-lo” (DAVÍDOV, 1988, p. 178, tradução nossa). Logo, entendemos que a tarefa está ligada ao modo de se obter o objeto, isto é, à unidade das ações e operações da atividade. Por esse motivo, foi necessário que os membros do grupo de estudos da OPM retomassem a análise das seis ações de estudos propostas por Davídov (1988, p. 193, tradução nossa) para melhor compreensão do ensino dos conteúdos escolares:

- [...] - transformação dos dados da tarefa com o fim de desvelar a relação universal do objeto estudado;
- Modelação da relação diferenciada em forma objetal, gráfica ou por meio de letras;
- Transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades em “forma pura”;
- Construção do sistema de tarefas particulares para resolver por um procedimento geral;
- Controle do cumprimento das ações anteriores;
- Avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de estudo dada (DAVÍDOV, 1988, p. 181, tradução nossa).

Inicialmente, o maior desafio do grupo foi identificar a grandeza das ações humanas de cada imagem, pois, até então, não havíamos estabelecido conexões com suas propriedades particulares. Foi necessário nos debruçarmos nos estudos das obras de autores como Davídov (1988, 1982), Caraça (1984), Marx (2008) e Moura et al. (2018) para chegarmos à síntese coletiva de que o conceito de grandeza pode ser definido como uma “qualidade de um objeto, ou fenômeno, que pode ser quantificada”, seu significado não se esgota ou se determina de maneira absoluta, mas o oposto, está em movimento, uma vez que há “[...] um movimento dialético imanente às próprias coisas (desenvolvimento das formas sociais, como movimento do real, no tempo, por exemplo)” (FERNANDES, 2008, p. 27). Desse modo, podemos dizer que os conceitos, como o de grandeza, sempre se encontram em movimento com o desenvolvimento das formas sociais permeadas pelas relações de trabalho.

Com essa experiência ficou evidente, para nós, membros do GENTEE-OPM, que o ensino, a partir da necessidade de produção pela humanidade de determinado conceito, se estrutura em articulação com o seu movimento lógico-histórico, possibilitando-nos assimilar suas particularidades, por meio dos nexos conceituais. Para Fernandes (2008, p. 27):

- [...] a cadeia de pensamento deve ter início com o que a história começa e o seu curso subsequente não deve ser outra coisa senão a imagem exata do curso histórico em uma forma teórica e abstrata, mas corrigida de acordo com as leis dadas pelo curso real da própria história, em que cada fator deve

ser considerado na completa maturidade de seu desenvolvimento em sua forma clássica.

Ao discutirmos sobre a necessidade de o homem realizar a ação de medir um terreno, por exemplo, percebemos que ela integra determinadas particularidades que, antes de elaborarmos a proposta didática, ficavam fragmentadas em nosso pensamento, não faziam parte do sistema unitário de medir: a partir das qualidades das ações e objetos (largo, estreito, comprido, curto), do conceito de grandeza (comprimento), de sua natureza (contínua) e da necessidade do estabelecimento de uma unidade de medida padrão com maior precisão possível do comprimento (corda, metro, centímetro, etc.).

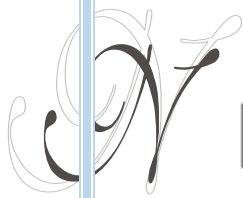
Neste momento da discussão, encaminhamo-nos para a definição da característica numérica de uma grandeza. Ficou compreensível, ao grupo, que, **para medir (quantificar), é necessário desenvolver a ação mental de comparar grandezas de mesma espécie, em que uma delas é utilizada como unidade de medida da outra**, podendo ser expressa por uma representação numérica ou mesmo geométrica.

Não podemos afirmar com isso que devemos seguir um caminho linear para o ensino de matemática, ou que se trata de uma fórmula pronta e acabada. Ao contrário, é dispensável narrarmos a história dos “esticadores de corda”<sup>4</sup>, por exemplo, para abarcar a necessidade humana de criação do conceito de medir. Podemos trabalhar com o movimento lógico-histórico desse conceito e colocar o estudante em tensão criativa por meio de uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA), que pode ser materializada na forma de jogo pedagógico, de situações emergentes do cotidiano ou como uma história virtual do conceito. “Essas situações desencadeadoras de aprendizagem podem propor um problema capaz de mobilizar o indivíduo ou o coletivo para solucioná-lo” (MOURA; ARAUJO; SERRÃO, 2018, p. 422), contemplando, assim, o objetivo do ensino: a apropriação e o desenvolvimento da linguagem em diferentes níveis se colocam como necessidades impulsionadoras de ações em direção ao objeto de conhecimento, que também se almeja que seja apropriado, pelas novas gerações, como uma legítima herança cultural

O que queremos destacar é que compreender o objeto de estudo da disciplina a ser ensinada é condição basilar para a organização do ensino. Nesse sentido, o movimento lógico-

---

<sup>4</sup> “A divisão da sociedade em classes e a propriedade privada levam à criação de medidas para regular posse e à cobrança de impostos. Segundo o historiador grego Heródoto, as inundações do Nilo desmarcavam os limites das propriedades, gerando a necessidade de remarcá-las. Isso era feito com o auxílio de medidas e plantas, pelos chamados “esticadores de corda”. Daí o desenvolvimento dos números fracionários. É a Matemática se desenvolvendo no Egito antigo e na Babilônia, do mesmo modo que, posteriormente, com os Maias e Astecas” (ROSA NETO, 1988, p. 10).



histórico de desenvolvimento dos conceitos viabiliza a conscientização dos sujeitos do seu processo de aprendizagem desde que o ensino esteja adequadamente organizado; no caso do ensino de matemática, a relação entre as grandezas como o fundamento geral para a organização adequada do ensino dessa disciplina.

Diante do que foi apresentado, a seguir, delimitaremos o conhecimento matemático — que se subdivide em eixos estruturantes de conteúdos — ao sistema de conceitos do eixo de geometria, apresentando os principais estudos que contribuíram para a composição da nossa proposta didática, destacando a tese, outrora assegurada por Lanner de Moura (1995), de que **a necessidade humana de controlar as variações de dimensões [das diferentes grandezas] motivou o homem a medir o espaço.**

Ao considerarmos a relação entre as grandezas, objeto geral do ensino de matemática, direcionamo-nos ao estudo sobre a sua conexão geneticamente inicial com o desenvolvimento do pensamento humano, isto é, a atividade objetual-prática. Acreditamos que, a partir do que engendra o processo de pensamento do homem, encontraremos subsídios teóricos que nos orientarão na elaboração de propostas didáticas para o ensino de geometria que visa abordar os conceitos geométricos, como o de polígono, por meio de uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA).

Nessa direção, Davíдов (1988, p. 115, tradução nossa) atesta que “A base de todo conhecimento humano é a atividade objetual-prática, produtiva: o trabalho”. Ainda em consonância com Marx (2004) e Lenin (1976), estão na atividade prática a consciência e universalidade do homem, sendo está, mais ampla que o conhecimento teórico, uma vez que, além da universalidade, detém a realidade imediata.

Ao nos direcionarmos à geometria, Lanner de Moura (1995, p. 54, grifos nossos) complementa que

As primeiras considerações que o homem faz da geometria parecem ter sua origem em simples observações provenientes da capacidade humana de reconhecer configurações físicas, comparar formas e tamanhos. Inúmeras circunstâncias de vida devem ter levado o homem às primeiras elaborações geométricas como, por exemplo, a noção de distância, a necessidade de delimitar a terra, a construção de muros e moradias e outras. **Podemos afirmar que na origem de problemas geométricos concretos com os quais o homem se envolve desde suas atividades práticas, está a necessidade de controlar as variações de dimensões com as quais se defronta ao delimitar seu espaço físico para morar e produzir.**



Dessa forma, a necessidade de controlar as variações das dimensões envolve o movimento da atividade objetual-prática como delimitar a terra, construir muros e moradias, medir a distância e outras. Lanner de Moura (1995, p. 67, grifos nossos) assegura que:

[...] assim como a necessidade de controlar a variação das quantidades levou o homem a criar o número, **a necessidade de controlar as variações das dimensões dos objetos levou-o a medir o espaço**. Este elemento, que surge das relações dos homens entre si e com a natureza ao construir a medida, consideramos como sendo um princípio orientador de como colocar o problema de medir para a criança.

Tais pressupostos nos leva a inferir que a organização do ensino visa possibilitar, ao escolar, perceber as propriedades e qualidades da medição para além dos objetos, visto que o próprio objeto é um nexos bastante complexo (VIGOTSKI, 2000). Para Davídov (1988), a geometria se apoia na prática que expõe e demonstra, com exatidão, a arte da medição.

Logo, acreditamos que o conceito de polígono compreende uma propriedade particular em um **sistema de conceitos da geometria criado pela necessidade prática de se controlar as variações das dimensões dos objetos e espaços**.

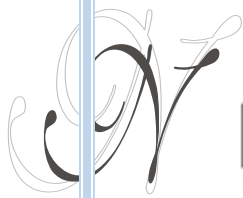
Assim, a organização de ensino, nesta pesquisa, está subsidiada pelos pressupostos teórico-metodológicos da AOE para a introdução do conceito de grandeza, considerando as relações maior, menor e igual, por meio de ações objetivas práticas. Vale observarmos que:

Perante o homem, o concreto real aparece ao começo como dado sensorialmente. A atividade sensorial em suas formas peculiares de contemplação e representação é capaz de captar a integridade do objeto, a presença, nele, de conexões que no processo de conhecimento conduzem à universalidade. Mas a contemplação e a representação não podem estabelecer o caráter interno destas conexões (DAVÍDOV, 1988, p. 142, tradução nossa).

O autor sustenta que o homem só consegue contemplar e representar os fenômenos da realidade sob a forma de conceito através do pensamento teórico, o que lhes permite reproduzir o sistema de conexões internas que originaram o concreto dado, descobrindo sua essência. Desse modo, o trabalho do professor tem o concreto pensado como ponto de partida e de chegada (MARX, 1978).

Nesse sentido, consideramos que as conexões genuínas que criaram os conceitos geométricos ocorrem mediante sua relação nuclear, isto é, a atividade objetual-prática: a necessidade humana de controlar as variações das dimensões dos objetos e espaços na ação de medir, isso é o que lhes confere unidade.





## **Sistema de conceitos geométricos: O controle das variações das dimensões dos objetos e espaços**

Neste momento, abordaremos sobre como o sistema de conceitos geométricos se forma considerando o lugar funcional dos conceitos, em especial, o de polígono por se tratar do motivo de estudo realizado por Ferreira (2022). Na identificação do movimento lógico-histórico do conceito de polígono, verificamos que este se caracteriza como uma propriedade particular em um sistema de conceitos da geometria engendrado pela necessidade prática de se controlar as variações das dimensões de diferentes grandezas, seja nas medições de terrenos, de construções ou em outras situações. O que se coloca como desafio, neste momento, diz respeito ao lugar funcional do polígono no sistema de conceitos geométricos, isto é, como ele se relaciona com essa necessidade humana.

No âmbito do conceito histórico-social, a “[...] *categoria* filosófica de *atividade* é a abstração teórica de toda a prática humana universal [...], ou seja, a atividade laboral coletiva, adequada, sensório-objetal, transformadora, das pessoas” (DAVÍDOV, 1988, p. 27, tradução nossa, grifos do autor).

Atividade transformadora de pessoas no sentido de que, no processo de trabalho coletivo, desenvolvem-se as Funções Psíquicas Superiores (FPS), dentre as quais, Vigotski (2001) destaca a linguagem refletida na palavra e expressão do pensamento. Para o autor, com o desenvolvimento das relações de comunalidade, o conceito torna-se mais independente da palavra, “[...] do sentido de sua expressão, resultando numa liberdade crescente nas próprias operações semânticas e em sua expressão verbal” (VIGOTSKI, 2001, p. 266, tradução nossa). Podemos citar, como exemplo, a relação de comunalidade entre quadrado, círculo, retângulo, triângulo, etc. Se indagarmos: O que essas palavras ou conceitos têm em comum? A resposta pode revelar que se trata de figuras planas. A terminologia, figuras planas, expressa todo um sistema unitário de relações recíprocas entre as variações das figuras geométricas bidimensionais sem a necessidade de discriminá-las.

Se estudarmos a relação comum de qualquer conceito e sua medida de comunalidade, obteremos o critério mais seguro da estrutura de generalização dos conceitos reais. Ser um significado é o mesmo que manter-se em certas relações comuns com outros significados, ou seja, ter uma medida de comunalidade específica.

Por consequência, a natureza do conceito, sincrética, em complexo, pré-conceitual, se descobre mais amplamente nas relações específicas do conceito em questão em relação a outros conceitos (VIGOTSKI, 2001, p. 266, tradução nossa).



Nossos estudos sobre a geometria nos levam ao entendimento de que a relação comum entre os conceitos geométricos é **assegurada pelo movimento de controle das variações das dimensões dos objetos e espaços. As dimensões apresentam diferentes estruturas de generalização: adimensional (ponto), unidimensional (comprimento — linhas), bidimensional (comprimento e largura — polígono) e tridimensional (comprimento, largura e altura ou profundidade — poliedros e não poliedros) que variam conforme as relações de comunalidade estabelecidas entre os conceitos geométricos em determinado grau de aplicação na realidade.** As variações na estrutura de generalização das dimensões são consubstanciadas por determinado sistema de conceitos que se apresentam em categorias conceituais inferiores e superiores.

Assim, por meio da necessidade social de controlar as variações das dimensões dos objetos e espaços na ação de medir, o homem teve de realizar “Todas as operações intelectuais — comparações, juízos, conclusões [...]”, apontadas por Vigotski (2001, p. 153, tradução nossa), sobre os objetos tridimensionais, em um movimento interno de coordenadas que determina não apenas a equivalência dos conceitos, mas sua medida de generalidade.

Consideramos que o controle das variações das dimensões dos objetos tenha sido engendrado, histórica e dialeticamente, pela necessidade humana de planificar um objeto ou espaço tridimensional em determinado plano. Vale notar que “[...] este ponto de partida deve manter a identidade durante todo o curso do raciocínio, visto que ele constitui a única garantia de que o pensamento não se perderá no seu caminho” (KOSIK, 1976, p. 29).

O concreto sensível e perceptível, constituído pelo conceito tridimensional dos objetos, refere-se ao ponto de partida ainda na visão caótica da representação do todo; o pensamento chegará às abstrações conceituais mediante o retorno ao concreto, todavia como concreto pensado, articulado e compreendido (MARX, 2004).

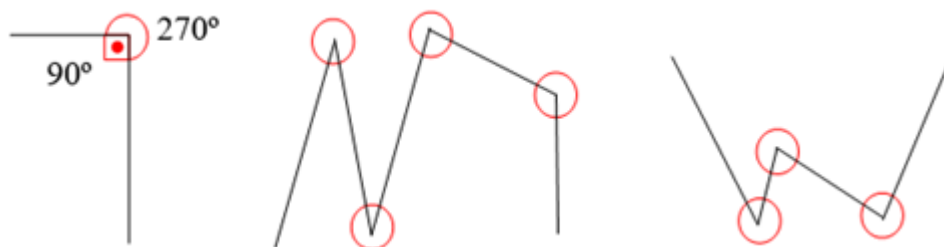
O movimento inicial que identificamos no processo de planificação de um objeto tridimensional refere-se à determinação de sua posição no espaço: o ponto. Por não apresentar volume, comprimento, área ou qualquer outra dimensão semelhante, dizemos que o ponto é adimensional. Para Wong (2001, p. 42), “[...] ponto é o elemento geométrico primordial, adimensional que indica localização, posição. Não ocupa área nem espaço. É o início e o fim de uma linha e está onde duas linhas se encontram ou se cruzam”.

Na representação preliminar da forma ou do contorno do objeto, dimensionam-se o plano, a posição inicial do objeto com o ponto e a direção e o comprimento com linhas simples que seguem uma mesma direção, seja ela horizontal, vertical ou inclinada. Ou, ainda,

com linhas que apresentam mudança de direção de forma suave e constante, com abertura para “fora” do plano (côncava) ou para “dentro” do plano (convexa).

Nesse processo, outras relações em comum podem ser estabelecidas e generalizadas quando as linhas retas se tornam mais complexas ao se encontrarem com outras que apresentam começo e fim (segmento). Uma sequência de segmentos de retas que apresentam direções diferentes é denominada de linhas poligonais, “polilinhas” ou linhas “quebradas”, pois, quando um segmento de reta se une a outro, formam-se, no mínimo, dois ângulos, conforme os exemplos a seguir.

**Figura 3 – Formação de linhas poligonais**



Fonte: Ferreira (2022)

A palavra poligonal deriva do grego *polygonos*, que significa “muitos ângulos”, porque é formada por *polys*, “muitos”, mais *gonos*, “ângulos”. Ao observarmos a primeira linha poligonal formada por dois segmentos de retas, compreendemos essa assertiva constatando a existência de um ângulo de  $90^\circ$  e outro de  $270^\circ$ . Além disso, diz linhas “quebradas”, por aparentarem quebras, e “polilinhas” por apresentarem muitas linhas.

As linhas complexas podem ser classificadas em poligonais, sinuosas ou onduladas (quando apresentam apenas curvas) e mistas ou mistilíneas (quando têm curvas e retas). Nesse movimento, o que unifica e estrutura essas relações é a dimensão da grandeza comprimento. Para Vigotski (2001, p. 263, tradução e grifos nossos),

Este é o princípio geral. Essa é a chave para estudar as relações genéticas e psicológicas do geral e o particular nos conceitos infantis. Cada fase da generalização tem seu próprio sistema de relações e comunalidade. De acordo com a estrutura desse sistema, conceitos gerais e particulares são distribuídos em ordem genética, de modo que **no desenvolvimento de conceitos o movimento do geral para o particular e do particular ao geral é geralmente diferente em cada estágio de desenvolvimento dos significados**, em função da estrutura de generalização que predomina nessa fase. Quando você passa de uma fase para outra, o sistema de comunalidade varia, assim como toda a ordem genética de desenvolvimento dos conceitos superiores e inferiores.

Acreditamos que o controle das variações das dimensões dos objetos e espaços, no ensino de geometria, constitui o conceito geral, unificador, em que cada dimensão apresenta uma estrutura de generalização, composta por conceitos inferiores que, conforme seu desenvolvimento, ou captação dos significados, são generalizados em conceitos superiores.

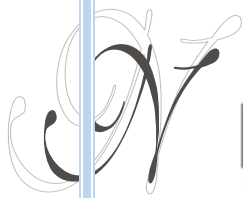
Nos traçados unidimensionais, quando as linhas poligonais (quebradas) ou onduladas (curvas) se fecham, generalizam-se, agora fazendo parte de uma nova estrutura de generalização, com um novo nível de relações em comum: as relações bidimensionais, com duas grandezas: o comprimento e a largura. As linhas fechadas poligonais ou onduladas são munidas de interior e exterior, de perímetro e área. **As linhas poligonais fechadas, formadas por segmentos de reta que representam os lados da figura, recebem o nome de polígonos que, como vimos, significa muitos lados ou muitos ângulos.**

Uma nova generalização ocorre quando nos atentamos para os traços comuns presentes nas regularidades da soma do perímetro e da área, no número de segmentos e ângulos que compõem os polígonos. Nesse caso, dependendo do número de lados e ângulos, há um formato e nomenclatura própria do polígono, como, por exemplo, o quadrado, formado por quatro lados iguais, do mesmo modo ocorre com o triângulo, o retângulo, o losango, entre outros.

Uma análise igualmente sensível sobre a natureza desses conceitos manifesta-se de forma mais completa ao realizarmos comparações entre os polígonos. A comunalidade entre eles expressa uma relação equivalente, e, nas diferentes combinações de posições, estabelece-se a congruência dos polígonos generalizando-os como polígonos regular e irregular.

Como sabemos, os conceitos não se limitam a uma definição, mas desenvolvem-se. Do mesmo modo, consideramos que as figuras bidimensionais, na geometria, não se limitam ao conceito de polígono que apresentamos. Traremos apenas as conexões iniciais, todavia, novas relações estabelecidas desenvolvem novas comunalidades e novos conceitos, com infinitas possibilidades de generalizações. Limitamo-nos ao conceito de polígono por se tratar do conceito que está se aprofundando para pensar a organização do ensino de geometria. A investigação sobre o desenvolvimento dos demais conceitos geométricos demandaria maior estudo para desvelarmos a inter-relação entre os sistemas de conceitos.

Desse modo, avançaremos do sistema de conceitos geométricos bidimensionais para o tridimensional no intuito de evidenciarmos que a necessidade de representação mais próxima do objeto no espaço motivou o homem a aperfeiçoar seu desenho no plano. Com o nível de



generalidade já alcançado com as relações bidimensionais, o homem pode aprofundar a representação do objeto por meio do estabelecimento de uma nova grandeza, a altura, compondo as três dimensões.

A necessidade de identificar a diferença de nível que há entre um ponto e outro mobilizou o indivíduo a buscar uma referência na base. A base, já desvelada nas relações bidimensionais com os polígonos, com a inserção da altura ou profundidade (dependendo do ponto de referência) possibilitou, ao homem, descobrir a dimensão total do objeto, estabelecendo o elo necessário para desenvolver um novo sistema, isto é, uma nova estrutura de generalização no desenvolvimento dos conceitos geométricos.

Nessa nova estrutura de generalização do pensamento, outras relações de comunalidade começam a tomar forma com a representação das figuras tridimensionais: o dado passa a ser representado pelo cubo, a bola, pela esfera, o tijolo, pelo paralelepípedo, etc. Ao analisarmos os traços comuns entre os objetos ou representações deles, são realizadas novas generalizações.

Por exemplo: ao observarmos as representações dos objetos, é possível verificarmos que algumas apresentam duas bases poligonais iguais e faces laterais paralelas, denominadas de prismas. Ao examinarmos outras representações, percebemos que algumas têm apenas uma base poligonal e faces laterais triangulares que se encontram em um único ponto, denominadas de pirâmides. De modo geral, algumas representações que possuem as faces, as arestas e os vértices iguais são conhecidas como poliedros regulares; outros não apresentam todos esses elementos iguais, denominadas de poliedros irregulares. A terminologia “poliedro”, de origem grega, significa várias/muitas faces. A maioria dos poliedros são designados pelo número de faces que possuem, como o tetraedro (4 faces), hexaedro (6 faces), entre outros, representando uma generalização das figuras tridimensionais com faces planas. De igual natureza ocorre com as figuras geométricas tridimensionais que apresentam alguma superfície curva, cognominadas de corpos redondos.

Vale destacarmos que, como já indicamos, nessa relação dialética entre os conceitos geométricos, retornamos ao concreto (objetos no espaço) que foi nosso ponto de partida e que, neste momento, configura-se como nosso ponto de chegada, compreendido e articulado como síntese de múltiplas determinações. Como defende Kosik (1976, p. 29), “Da vital, caótica, imediata representação do todo, o pensamento chega aos conceitos, às abstratas determinações conceituais, cuja formação se opera o retorno ao ponto de partida”. Nesta mesma direção Kopnin (1978, p. 162) afirma que

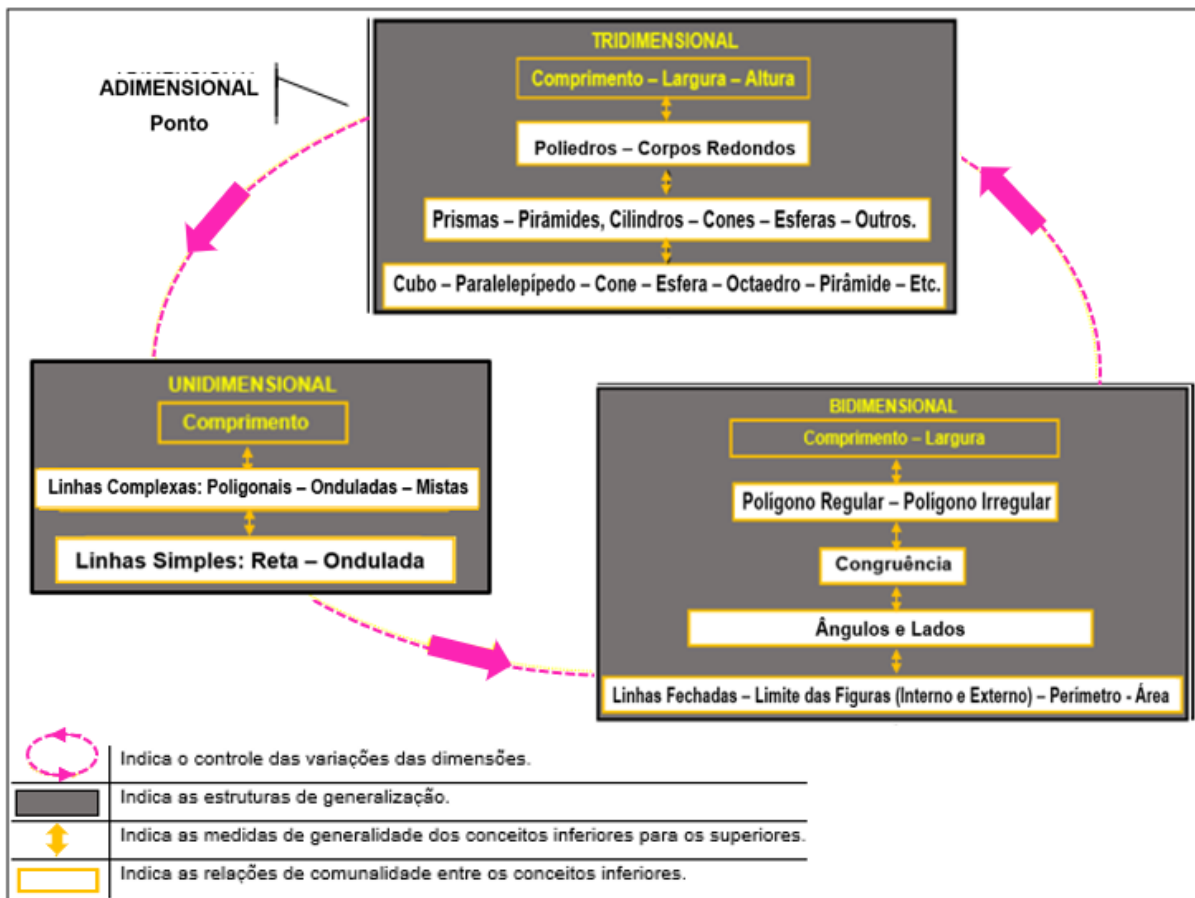


O movimento do conhecimento do sensorial-concreto — através do abstrato — ao concreto, que reproduz o objeto no conjunto de abstrações é uma manifestação da lei da negação da negação. O abstrato é a negação do sensorial-concreto. O concreto no pensamento é a negação do abstrato, mas o concreto mental não é a retomada do concreto inicial, sensorial, mas o resultado da ascensão a um concreto novo, mais substancial.

O concreto, nesse sentido, opera como um resultado da ascensão a um concreto novo, em sua expressão universal das leis de seu movimento e desenvolvimento. Nas relações internas genéticas e dinâmicas do objeto no interior de um todo em desenvolvimento, inicialmente, o concreto aparece “[...] como ponto de partida da contemplação e da representação, reelaboradas no conceito, e como resultado mental da reunião das abstrações” (DAVIDOV, 1988, p. 150, tradução nossa).

Em vista disso, na tentativa de expor relações iniciais de comunalidade e generalidade do conceito de polígono, aprimoramos a Figura 2, “Analogia às relações de generalidade entre os conceitos”, já apresentada em Ferreira (2017, p. 48), evidenciando, agora, “um” sistema de conceitos geométricos e não “o” sistema de conceitos geométricos por entendermos que este estudo não se apresenta acabado, mas em movimento. **Compreendemos que as relações entre as dimensões conferem unidade à geometria**, em que cada dimensão apresenta uma grandeza que agencia as relações de comunalidade e generalidade presentes entre os conceitos inferiores que, ao serem generalizados em uma categoria hierarquicamente distinta das demais, se tornam superiores. Destacamos que a nossa atividade de ensino envolve o conceito de polígono, por isso focamos nossa reflexão no conceito bidimensional da geometria.

**Figura 4** – Relações iniciais de comunalidade e generalidade dos conceitos geométricos



Fonte: Ferreira (2022)

Nessa rica totalidade de relações e determinações, representaremos as relações iniciais dos conceitos geométricos a fim de identificarmos a unidade lógica-histórica do conceito de polígono. Observamos que este tem nas dimensões comprimento e largura a relação essencial que o caracteriza como uma propriedade particular no sistema de conceitos geométricos, diante da necessidade prática de controlarmos as variações das dimensões dos objetos e espaços na ação de medir.

### Considerações finais

Conforme mencionamos, fomos desafiadas a buscar a superação do modelo de ensino constatado por Ferreira (2017) por meio de uma nova organização e materialização do ensino de geometria com vistas a possibilitar o desenvolvimento dos conceitos geométricos. Para tanto, foi preciso compreendermos como se forma um sistema de conceitos para, em seguida, desvelarmos as conexões geneticamente iniciais dos conceitos geométricos.

Realizamos com base em um dos pressupostos da AOE, o estudo do movimento lógico-histórico de criação e desenvolvimento dos conceitos matemáticos, em direção aos geométricos, isto é, a sua relação nuclear que confere unidade aos conceitos, marcamos a relação entre as grandezas como o fundamento geral do ensino de matemática, pois, na expressão numérica, para se medir (quantificar), é necessário desenvolver a ação mental de comparar grandezas de mesma qualidade, em que uma delas é utilizada como unidade de medida da outra.

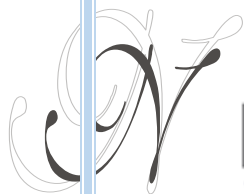
Ao delimitar essa questão à geometria, identificamos que sua relação nuclear está na necessidade humana de controlar as variações das dimensões dos objetos e espaços na ação de medir, ou seja, na dinâmica da atividade objetual-prática, como na delimitação da terra, construção de muros e moradias, medição de distância entre outras. Consideramos que o controle das variações das dimensões das diferentes grandezas engendrou-se (histórica e dialeticamente) pela necessidade do homem de planificar um objeto ou espaço tridimensional em determinado plano.

Diante disso, analisando o movimento de constituição do sistema de conceitos geométricos, voltamo-nos para as suas relações iniciais, a partir das relações de comunalidade e generalidade, para, assim, caminhar para a organização adequada do ensino de geometria.

Verificamos que as dimensões geométricas apresentam diferentes estruturas de generalização: *adimensional* (ponto), *unidimensional* com o comprimento (linhas abertas), *bidimensional* com o comprimento e a largura (linhas fechadas) e *tridimensional* com o comprimento, a largura e a altura e/ou profundidade (representação dos objetos). Essas estruturas variam em consonância com as relações de comunalidade entre os conceitos geométricos em determinado grau de aplicação na realidade.

Com base nesta análise, destacamos as relações sociais, encarnadas na atividade laboral, como próprias do desenvolvimento humano, o eixo motor das leis gerais do desenvolvimento da racionalidade e, primeiramente, da consciência “[...] como capacidade para conhecer as coisas, alcançando o conceito ou a essência delas” (CHAUI, 2000, p. 45). Por esse motivo, não se esgotam as relações do sujeito e do objeto com o contexto sociocultural que os circunscreve, mas desenvolvem-se (ou retrocedem-se), entrelaçadas à dinâmica das próprias coisas, à visão de mundo coletiva que se expressa em ideias, valores e práticas da sociedade.





Por isso, não temos a pretensão de esgotar uma análise histórico-dialética desse objeto, mas apresentar contribuições que se somem ao esforço coletivo de favorecer o ensino de geometria sob a ótica do método materialista histórico-dialético articulado com os princípios gerais de organização do ensino mediado pela AOE, com o intuito de que seja um ensino que possibilita a apropriação dos conceitos matemáticos e a formação do pensamento teórico.

## REFERÊNCIAS

ARAUJO, E. S. Atividade Orientadora de Ensino: princípios e práticas para a organização do ensino de matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 8. n. 15, p. 123-146, 2019. DOI: 10.33871/22385800.2019.8.15.123-146. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6127>. Acesso em: 11 jun. 2022.

ASSUMPÇÃO, M. P. **Que tipo de pensamento a escola tem desenvolvido nos educandos?** Uma análise das tarefas escolares do eixo números e operações. 2018. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2018.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais de matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1984.

CEDRO, W. L.; MORETTI, V. D.; MORAES, S. P. G. Desdobramentos da Atividade Orientadora de Ensino para a organização do ensino e para a investigação sobre a atividade pedagógica. **Linhas Críticas**, Brasília, v. 24, p. 431-452, 2019. DOI: 10.26512/lc.v24i0.21851. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/21851>. Acesso em: 11 jun. 2022.

DAVÍDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DAVÍDOV, V. V. **La Enseñanza Escolar y el Desarrollo Psíquico**. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

FERNANDES, F. Introdução. *In: Contribuição à crítica da economia política*. Tradução e introdução de Florestan Fernandes. 2. ed. São Paulo: Expressão Popular, 2008.

FERREIRA, M. P. **As bases para a organização do ensino de geometria: uma análise sobre as tarefas escolares**. Orientadora: Silvia Pereira Gonzaga de Moraes. 2017. 177 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2017.

FERREIRA, M. P. **Pressupostos teórico-metodológicos para o ensino dos conceitos geométricos nos anos iniciais de escolarização**. Orientadora: Silvia Pereira Gonzaga de Moraes. 2022. 120 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2022.



FERREIRA, M. P. MORAES, S. P. G. de. Análise do sistema de conceito geométrico presente no livro didático do 4º ano do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Debate**. v. 5, n. 11, p. 1-15, 2021.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Tradução de Paulo Bezerra. Rio de Janeiro: Civilização brasileira, 1978.

KOSIK, K. **Dialética do concreto**. Rio de Janeiro: Terra e Paz, 1976.

LANNER de MOURA, A. R. **A medida e a criança pré-escolar**. 1995. 210 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1995.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, consciencia, personalidad**. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1978.

LOCATELLI, S. C. **O Ensino de Geometria: o que revelam as tarefas escolares?** 2015. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2015.

LOCATELLI, S. C.; MORAES, S. P. G. What does school work reveal on the teaching of geometry in year 2 of the primary school?. **International Journal for Research in Mathematics Education**. v. 6, n. 2, p. 152-171, 2016.

MARX, K. Introdução. In: MARX, K. **Para a Crítica da Economia Política**. São Paulo: Abril Cultural, 1978.

MARX, K. **Manuscritos econômico-filosóficos**. Tradução de Jesus Ranieri. São Paulo: Boitempo, 2004.

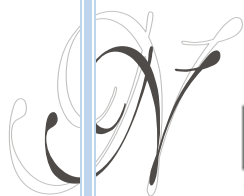
MARX, K. **Contribuição à crítica da economia política**. Tradução e introdução de Florestan Fernandes. 2. ed. São Paulo: Expressão Popular, 2008.

MOURA, M. O. *et al.* A atividade orientadora de ensino: Unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, n. 29, 2010. ISSN: 1518-3483. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/1891/189114444012.pdf>. Acesso em: 11 jun. 2022.

MOURA, M. O. *et al.* (org.). **Atividades para o ensino de matemática nos anos iniciais da educação básica**. Volume II: Medidas. Ribeirão Preto, SP: FFCLRP/USP, 2018.

MOURA, M. O.; ARAUJO, E. S.; SERRÃO, M. I. B. Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos. **Linhas Críticas**, Brasília, v. 24, p. 339-358, 2018. DOI: 10.26512/lc.v24i0.19817; Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/19817/31574>. Acesso em: 11 jun. 2022.

MOURA, M. O.; ARAUJO, E. S. Apresentação: Apresentar-se. **Obutchénie. Revista De Didática E Psicologia Pedagógica**, Uberlândia, v. 4, n. 2, p. 293–309, 2020. DOI:



10.14393/OBv4n2.a2020-57481. Disponível em:  
<https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/57481>. Acesso em: 11 jun. 2022.

MOURA, M. O. **A construção do signo numérico em situação de ensino**. 1992. 151 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

MOYA, P. T. **O movimento de organização do ensino pelo professor em atividade**. 2020. 254 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2020.

ROSA NETO, E. **Didática da Matemática**. São Paulo: Editora Ática, 1988.

SANTOS, E. A. **Tarefas escolares e as operações racionais: um estudo sobre a organização do ensino de matemática**. 2020. 156 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2020

VIGOTSKI, L. S. **Obras escogidas III**. 2. ed. Madrid: Centro de Publicaciones Del M.E.C. y Visor Distribuciones, 2000.

VIGOTSKI, L. S. **Obras escogidas II**. 2. ed. Madrid: Centro de Publicaciones Del M.E.C. y Visor Distribuciones, 2001.

WONG, W. **Princípios de forma e desenho**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

### Como referenciar este artigo

FERREIRA, M.; GONZAGA DE MORAES, S. P. O ensino de geometria com base no sistema de conceitos geométricos. **Nuances Est. Sobre Educ.**, Presidente Prudente, v. 33, e022030, 2022. e-ISSN: 2236-0441. DOI: <https://doi.org/10.32930/nuances.v33i00.9535>

**Submetido em:** 01/09/2022

**Revisões requeridas:** 09/10/2022

**Aprovado em:** 12/11/2022

**Publicado em:** 31/12/2022

**Processamento e editoração: Editora Ibero-Americana de Educação.**

Revisão, formatação, normalização e tradução.

